交渉アナリスト Newsletter

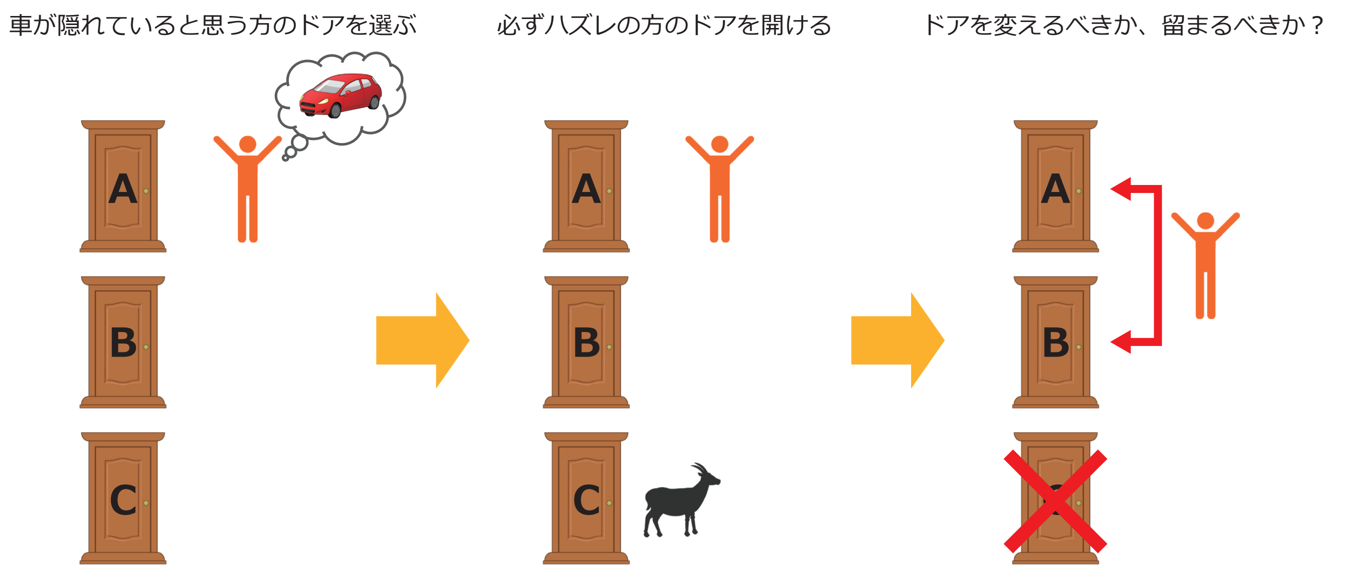
2022.4月号

決定分析（12）－モンティ・ホール問題－

特定非営利活動法人日本交渉協会 理事　窪田恭史

ベイズの定理と直感的な推論がずれることの有名な例に、「モンティ・ホール問題」と呼ばれるパラドックスがある。モンティ・ホールとは、“Let's Make a Deal”というアメリカのバラエティ番組の司会者の名前であり、同番組を例にした以下のような問題である。読者は選んだドアを変えるだろうか？それとも、そのままにするだろうか？理由も含めて考えてみてほしい。

> 問．参加者の前に閉まった3つのドアがあり、1つのドアの後ろには賞品の新車が、2つのドアの後ろには、ハズレを意味するヤギがいる。参加者は新車のドアを当てると新車がもらえる。参加者が1つのドアを選択した後、司会のモンティが残りのドアのうち、ヤギがいるドアを開け、ヤギを見せる。
> ここで参加者は、最初に選んだドアを、残る開けられていないドアに変更してもよいと言われる。参加者はドアを変更すべき（switch）か、とどまるべき（stick）か？



1990年、コラムニストのマリリン・ボス・サヴァントが、ニュース雑誌“Parade”連載のコラム「マリリンにおまかせ」で、「正解は『ドアを変更する』である。なぜなら、ドアを変更した場合には景品を当てる確率が2倍になるからだ」と回答し、大騒動に発展した。読者から「彼女の解答は間違っている」と約1万通の投書が殺到し、中には1000人近い博士号保持者が含まれていたという。

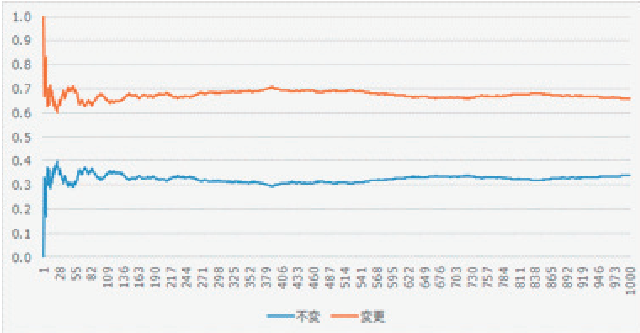
この問題をベイズの定理を使って解いてみよう。簡単にするため、ここでは分母P(D)を無視している。

まず、ドアCが開けられた時、ドアAに車がある確率を求める。ドアAに車がある事前確率は1/3である。Aに車があるとすれば、モンティはドアBかドアCを空けるので、ドアCが開けられる確率（尤度）は1/2である。データの起こる確率P(D)＝1なので、ドアAに車がある事後確率は1/6となる。

$$\overbrace{\boxed{P(H|D)}}^{\frac{1}{6}\ \text{事後確率}\downarrow} = \frac{\overbrace{\boxed{P(D|H)}}^{\text{Aに車がある時、Cが開けられる確率}\ \frac{1}{2}\ \text{尤度}\downarrow}\ \overbrace{\boxed{P(H)}}^{\text{Aに車がある確率}\ \frac{1}{3}\ \downarrow\text{事前確率}}}{P(D)}$$

次に、ドアCが開けられた時、Bに車がある確率、つまりドアAからドアBに変更した場合の確率を求める。ドアBに車がある事前確率は同様に1/3である。Bに車があるとすれば、モンティは必ずドアCを開けるはずなので、ドアCが開けられる尤度は1である。P(D)＝1なので、ドアBに車がある事後確率は1/3となる。マリリンの言うとおり、ドアBに変更した方が、車の当たる確率は二倍になるのだ。

$$\overbrace{\boxed{P(H|D)}}^{\frac{1}{3}\ \text{事後確率}\downarrow} = \frac{\overbrace{\boxed{P(D|H)}}^{\text{Bに車がある時、Cが開けられる確率}\ 1\ \text{尤度}\downarrow}\ \overbrace{\boxed{P(H)}}^{\text{Bに車がある確率}\ \frac{1}{3}\ \downarrow\text{事前確率}}}{P(D)}$$



【図1】勝率の推移

【図1】は、モンテカルロシミュレーションを用いて、モンティ･ホール問題を1,000回試行した結果である。1,000回目の変更と不変の勝率の比は1.95：1であった。つまり、変更した場合の勝率はほぼ2倍ということである。モンティ・ホール問題が示すように、人間の認知は確率判断が苦手である。ベイズの定理は、そうした認知の弱点を補うのに役立つであろう。次回は、確率判断における幾つかの認知バイアスについて見ていこう。

参考：
涌井貞美著、『図解・ベイズ統計「超」入門』（サイエンス・アイ新書）
渡辺隆裕著、『ゼミナール　ゲーム理論入門』（日本経済新聞出版社）
マックス・H. ベイザーマン著、『行動意思決定論-バイアスの罠』（白桃書房）

交渉アナリスト ニュースレター　発行 株式会社トランスエージェント
〒152-0003 東京都目黒区碑文谷 5-14-13 グレースビル 2F　Tel : 03-3760-8715　Fax : 03-5722-4633